

DISTRIBUCION TIEMPO-FRECUENCIA DEL ELECTROENCEFALOGRAMA

SANDOVAL SANCHEZ L.

Proyecto de Neurociencias E.N.E.P.-Iztapalapa U.N.A.M.

RESUMEN-----

Se estudia una señal de EEG mediante técnicas de filtraje desarrollados a partir de las distribución de Wigner. Esto permite determinar la duración de una componente de frecuencia particular y sus variaciones de amplitud en el tiempo.

INTRODUCCION

Los métodos más usuales de analizar una forma de onda son: los métodos autorregresivos y a través del espectro de frecuencias. (El primero suele considerarse análisis en el tiempo y el segundo análisis en frecuencia). En general, la aplicación de uno de ellos oscurece o elimina información en el otro sentido, (es decir, el espectro de potencias nos revela el contenido de frecuencias en la señal, pero no proporciona ninguna información de las variaciones o dependencias en el tiempo de esa señal). Por otro lado, un supuesto fundamental para la aplicación de las técnicas tradicionales de análisis es la propiedad de estacionaridad de la señal analizada, es decir, se espera que en la señal no ocurra variación de sus características estadísticas, básicamente la media y la varianza, durante todo el tiempo de análisis. En términos espectrales, la restricción anterior demanda que el contenido de frecuencias de la señal de interés permanezca constante.

En la práctica, es muy difícil encontrar señales estacionarias totalmente y se acepta cierto grado de no

estacionaridad o estacionaridad débil, en otros casos, se establece una duración máxima de la señal durante la cual se puede considerar estacionaridad. Esto último se ha aplicado en el análisis del electroencefalograma (EEG) con resultados variables, pues algunos autores citan como 2 segundos la duración máxima de estacionaridad y otros llegan hasta 20 segundos; todo depende del estado mental del paciente.

En todo caso, para estudiar el EEG apropiadamente, se necesitan capturar varios minutos y en esta situación, el EEG es una señal no-estacionaria. En consecuencia, sería muy útil estudiar esta forma de onda con métodos que no ignoren sino que tomen en cuenta dicha característica.

La distribución de Wigner, es una distribución en tiempo y frecuencia que puede ser interpretada como la distribución de la energía de la señal en el tiempo y la frecuencia. En esta forma, es posible observar el comportamiento del espectro de frecuencias durante un tiempo de análisis y apreciar sus modificaciones. Tal posibilidad no existe cuando se aplican por separado el análisis en tiempo y en frecuencia. Con el empleo de esta técnica es factible estudiar la duración de una componente en frecuencia determinada y sus variaciones de amplitud en el tiempo, por otro lado, también se puede observar la variación de la o las frecuencias, es decir, se pueden estudiar tanto modulaciones en amplitud como modulaciones en frecuencia. En el caso de que sea necesario extraer una forma de onda que ocurre en un tiempo específico o con características

espectrales variables, se puede hacer usando técnicas de filtraje desarrolladas a partir de la distribución de Wigner.

METODO

La distribución de Wigner se define como:

$$W_x(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau/2) x^*(t - \tau/2) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

donde $x(\cdot)$ es una señal compleja, $x^*(\cdot)$ es el conjugado, ω es la variable de frecuencia, t la variable tiempo y τ la variable de integración. En el caso de una señal discreta $x(n)$ se evalúa una aproximación de la distribución aplicando ventanas a los segmentos finitos de señal, en esta forma, en la práctica se obtiene una 'pseudo' distribución de Wigner (PDW), la cual está dada por:

$$PDW(n, m) = \frac{1}{M} \sum_{k=-L+1}^{L-1} p(k) g(n, k) e^{-jkm2\pi/M}$$

$$m = 0, \dots, M-1$$

donde

$p(k) = w(k)w^*(-k)$ es una ventana

y

$$g(n, k) = x(n + k)x^*(n - k)$$

Algunas de las propiedades destacables de la distribución de Wigner son las siguientes:

$$|X(\omega)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} W_x(t, \omega) dt$$

La integración en el tiempo proporciona la densidad espectral de potencia.

$$|x(t)|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_x(t, \omega) d\omega$$

Al integrar en frecuencia se obtiene la potencia instantánea.

Además,

$$T_x(\omega) = \frac{1}{|X(\omega)|^2} \int_{-\infty}^{\infty} t W_x(t, \omega) dt$$

el valor esperado de la variable tiempo es el tiempo promedio, el cual puede verse como el retardo de grupo, y

$$\Omega_x(t) = \frac{1}{|x(t)|^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega W_x(t, \omega) d\omega$$

el valor de frecuencia promedio para cada instante de tiempo es la frecuencia instantánea.

La distribución de Wigner es una función real pero su evaluación requiere de una señal compleja. Por otro lado, la

evaluación con señales reales produce componentes inexistentes que dificultan la interpretación. Por estos motivos la PDW se calcula usando la señal analítica del EEG discretizado; la señal analítica es una señal compleja cuya parte real es la señal original y cuya parte imaginaria es la transformada Hilbert de la parte real.

RESULTADOS

Como primer ejemplo, en la figura 1. se muestra una señal con 256 puntos formada por la suma de tres cosenoides, una tiene amplitud y frecuencia constante, otra es una cosenoide modulada en amplitud por una función exponencial y la tercera es una cosenoide con frecuencia variable, también modulada en amplitud. La función es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 x(n) = & \cos(2\pi 20n/255) \\
 & + e^{-\frac{\pi}{2} \left(\frac{n-128}{255}\right)^2} \cdot 1.2 \cos(2\pi 12n/255) \\
 & + e^{-\frac{\pi}{2} \left(\frac{n-150}{255}\right)^2} \cdot .95 \cos(2\pi(12n+24n^2)/255) \\
 n = & 0, 1, \dots, 255
 \end{aligned}$$

La figura 2. muestra la gráfica axonométrica de la PDW de la señal analítica de la función anterior y aquí se puede observar, a la izquierda, la envolvente exponencial de una de las componentes, a la derecha, aparece la componente constante y, en la zona central, una serie de patrones de interferencia.

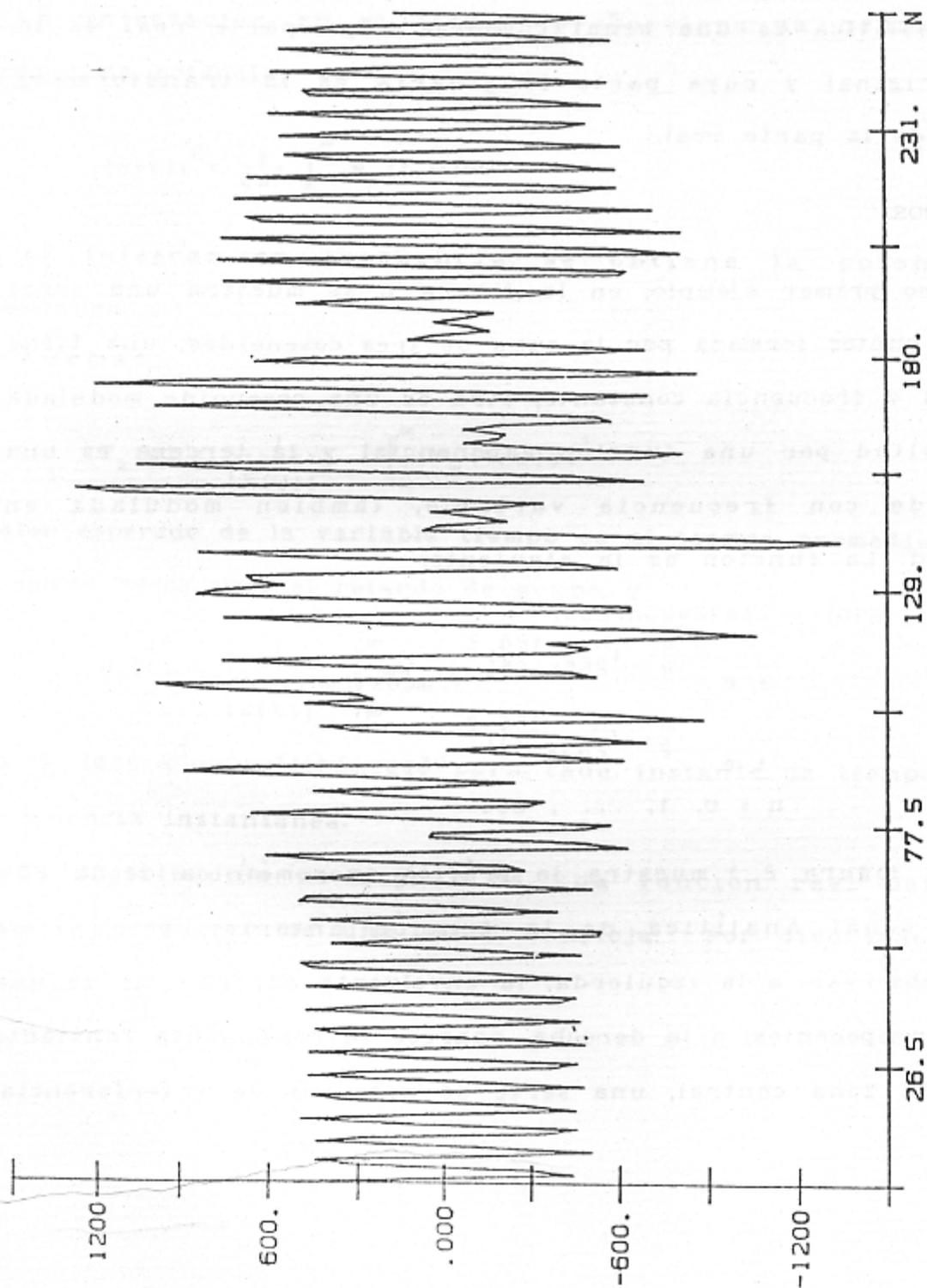


FIG. 1.- 3 COSENOIDES SUMADAS.

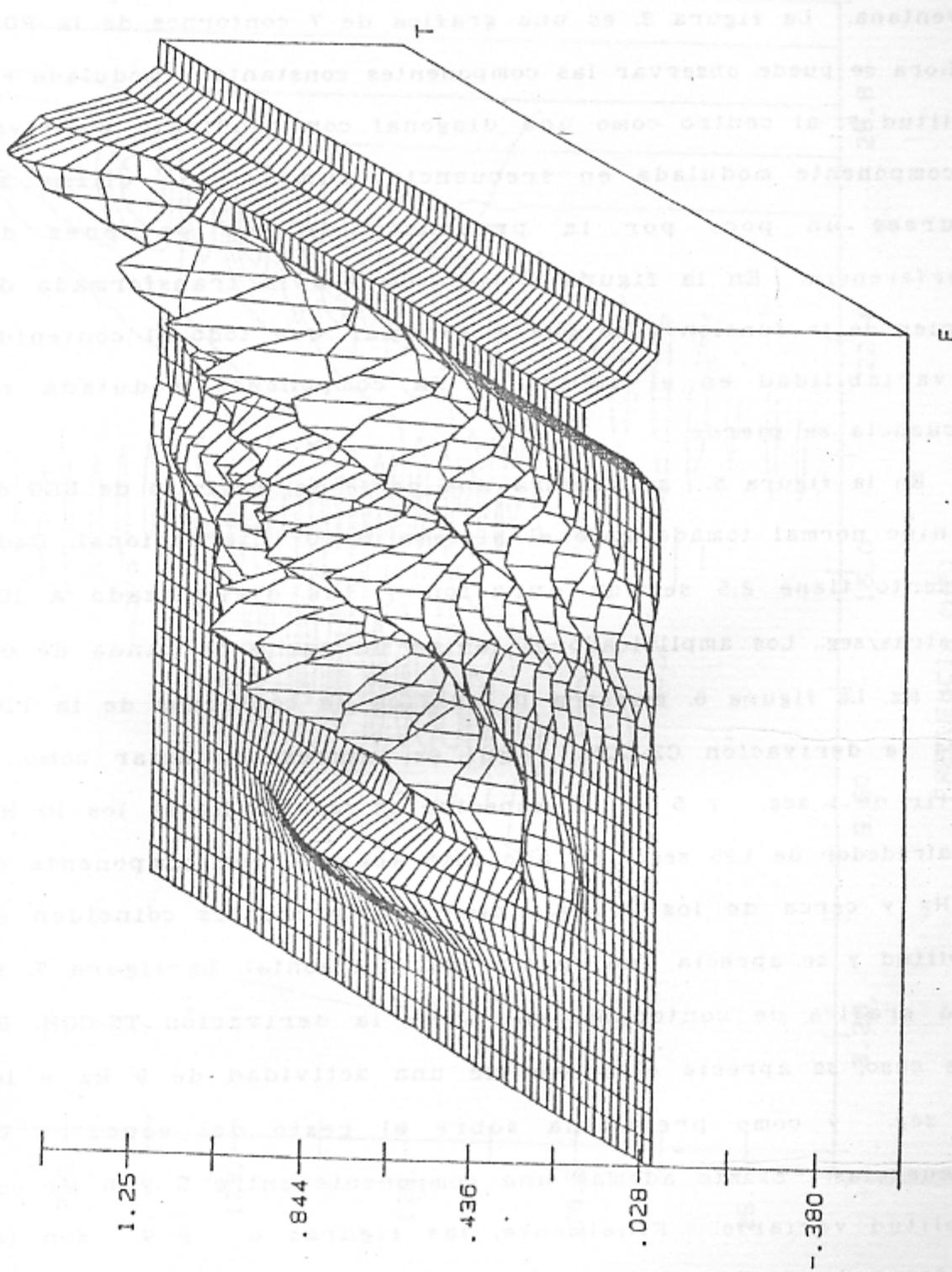


FIG. 2.- PDW DE LAS 5 COSENOIDES.

Estos patrones aparecen por el caracter bilineal de la PDW y es posible eliminarlos ya sea por promediación o bien optimizando la ventana. La figura 3. es una grafica de 7 contornos de la PDW y ahora se puede observar las componentes constante y modulada en amplitud y, al centro como una diagonal con pendiente positiva, la componente modulada en frecuencia, aunque esta última se oscurece un poco por la presencia de los patrones de interferencia. En la figura 4. se muestra la transformada de Fourier de la función y se puede apreciar que todo el contenido de variabilidad en el tiempo de la componente modulada en frecuencia se pierde.

En la figura 5. se muestra una parte del registro de EEG de un niño normal tomado bajo el sistema 10-20 internacional. Cada segmento tiene 2.5 seg de duración y fué digitalizado a 100 muestras/seg. Los amplificadores tenían un ancho de banda de 0.5 a 30 Hz. La figura 6. muestra la gráfica de contornos de la PDW para la derivación CZ-COM. Aquí es interesante notar como, a partir de 1 seg. y 5 Hz, el espectro se 'corre' hacia los 10 Hz. De alrededor de 1.25 seg. en adelante aparece una componente de 10 Hz y cerca de los 2 seg. ciertas componentes coinciden en amplitud y se aprecia una franja casi horizontal. La figura 7. es otra gráfica de contornos, ahora de la derivación T5-COM. En este caso, se aprecia el inicio de una actividad de 9 Hz a los 0.5 seg. y como predomina sobre el resto del espectro de frecuencias. Existe además una componente entre 5 y 6 Hz con amplitud variable. Finalmente, las figuras 8. y 9. son las gráficas de contornos de dos regiones simétricas, O1 y O2. Se

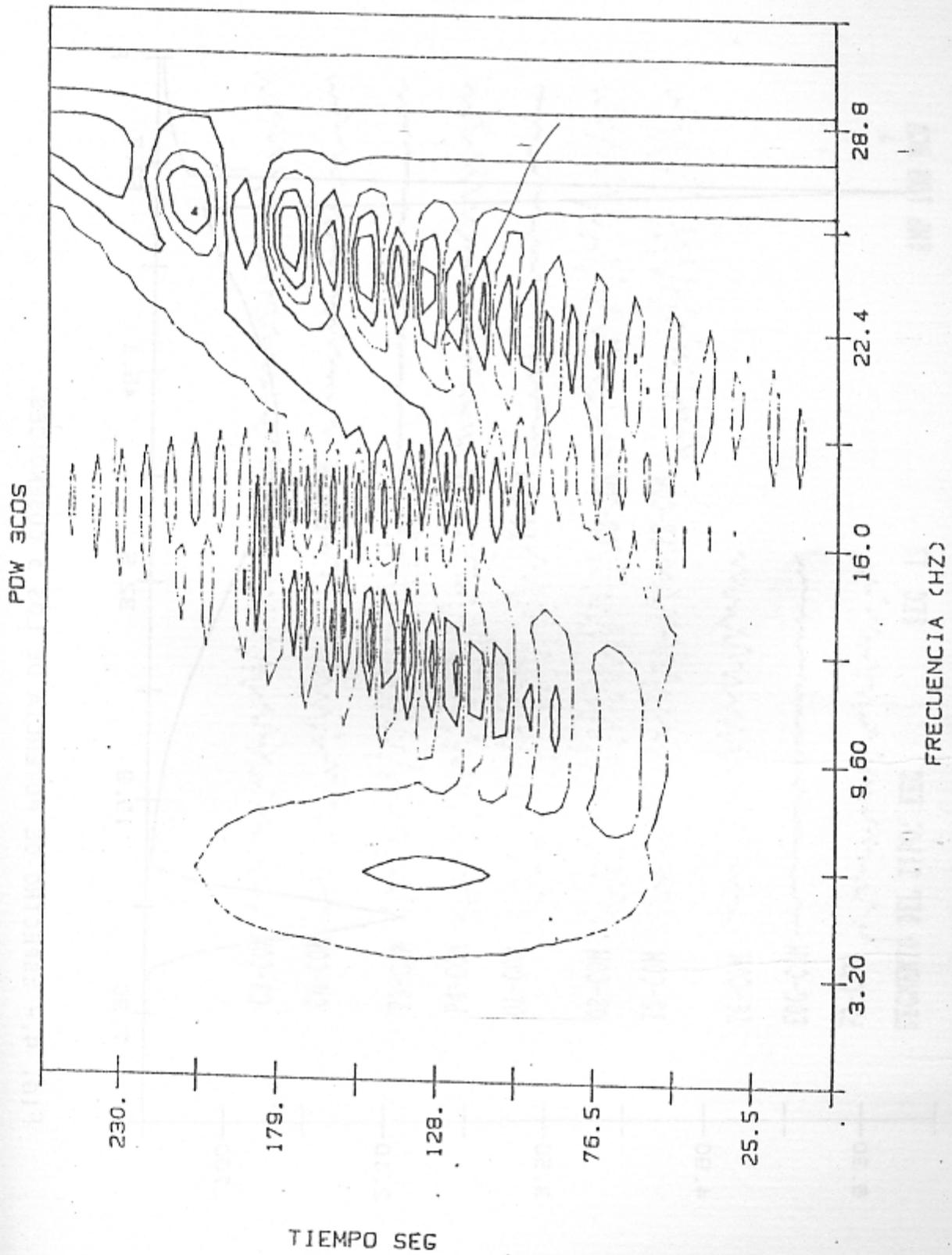


FIGURA 3.- GRÁFICA DE COIIFORMOS DE LA PDW DE LAS 3 COSENOIDES.

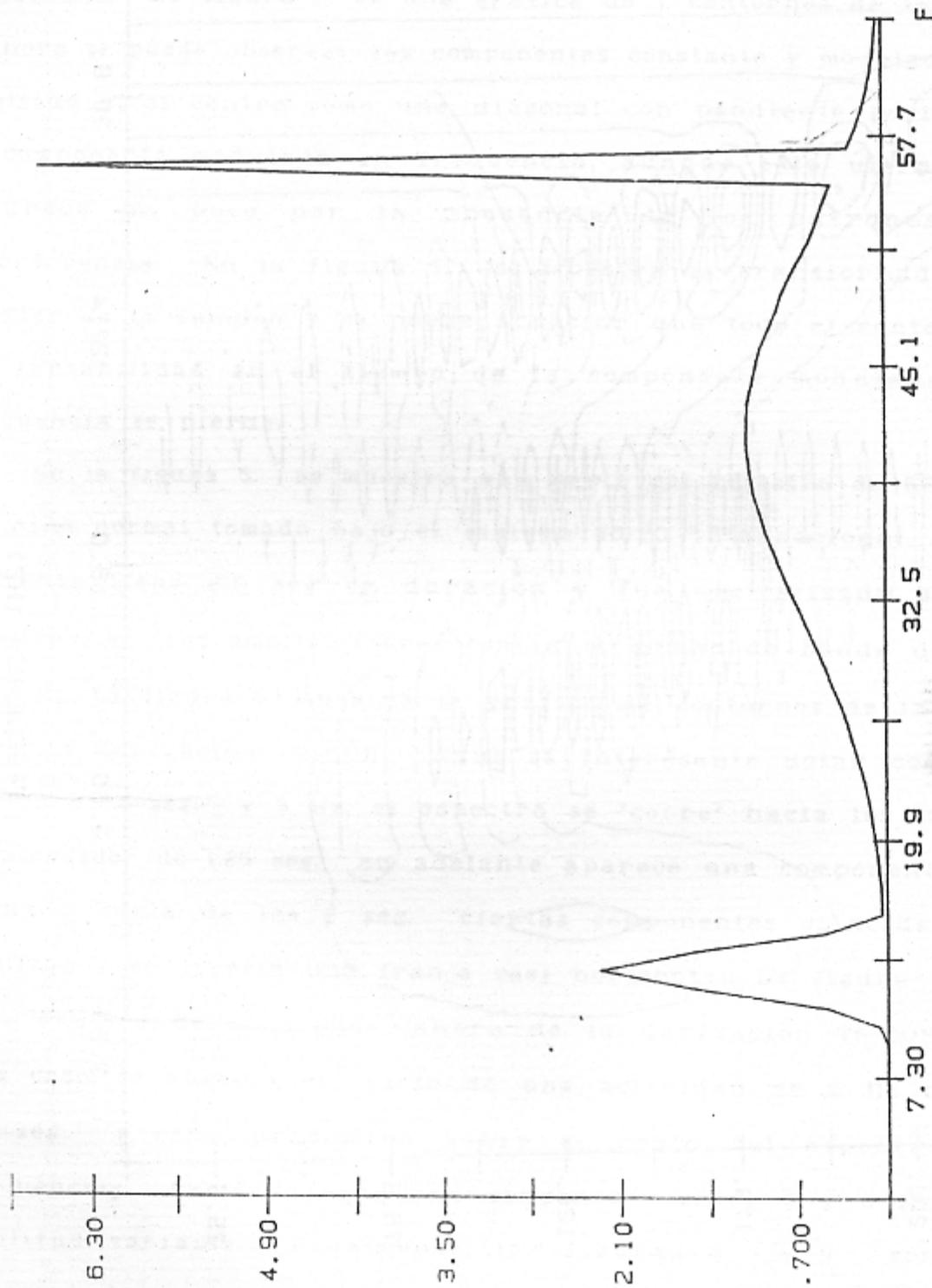


FIG. 4.- ESPECTRO DE POTENCIA DE LOS 3 COSENOIDES.

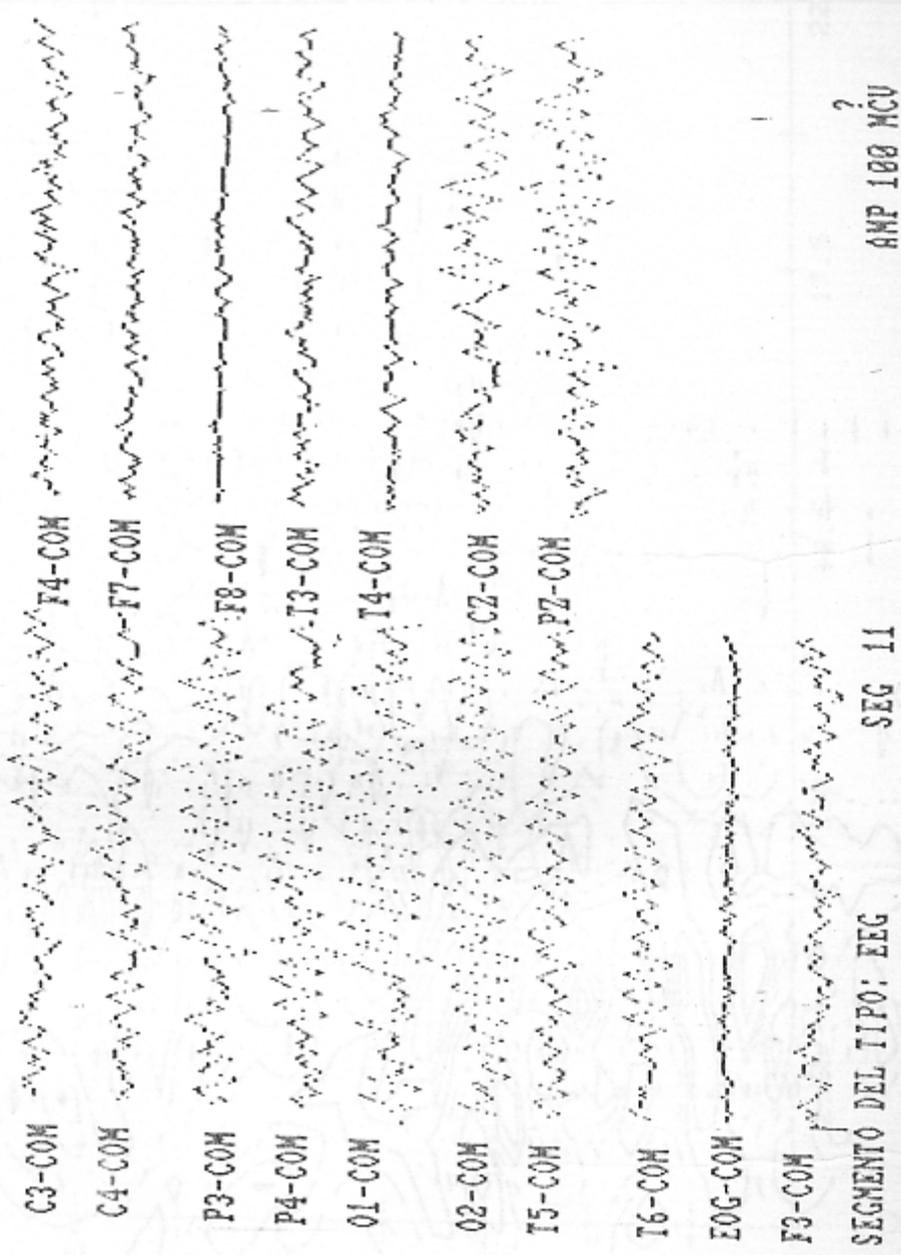


FIG. 5.- REGISTRO DE EEG EN UN NIÑO NORMAL.

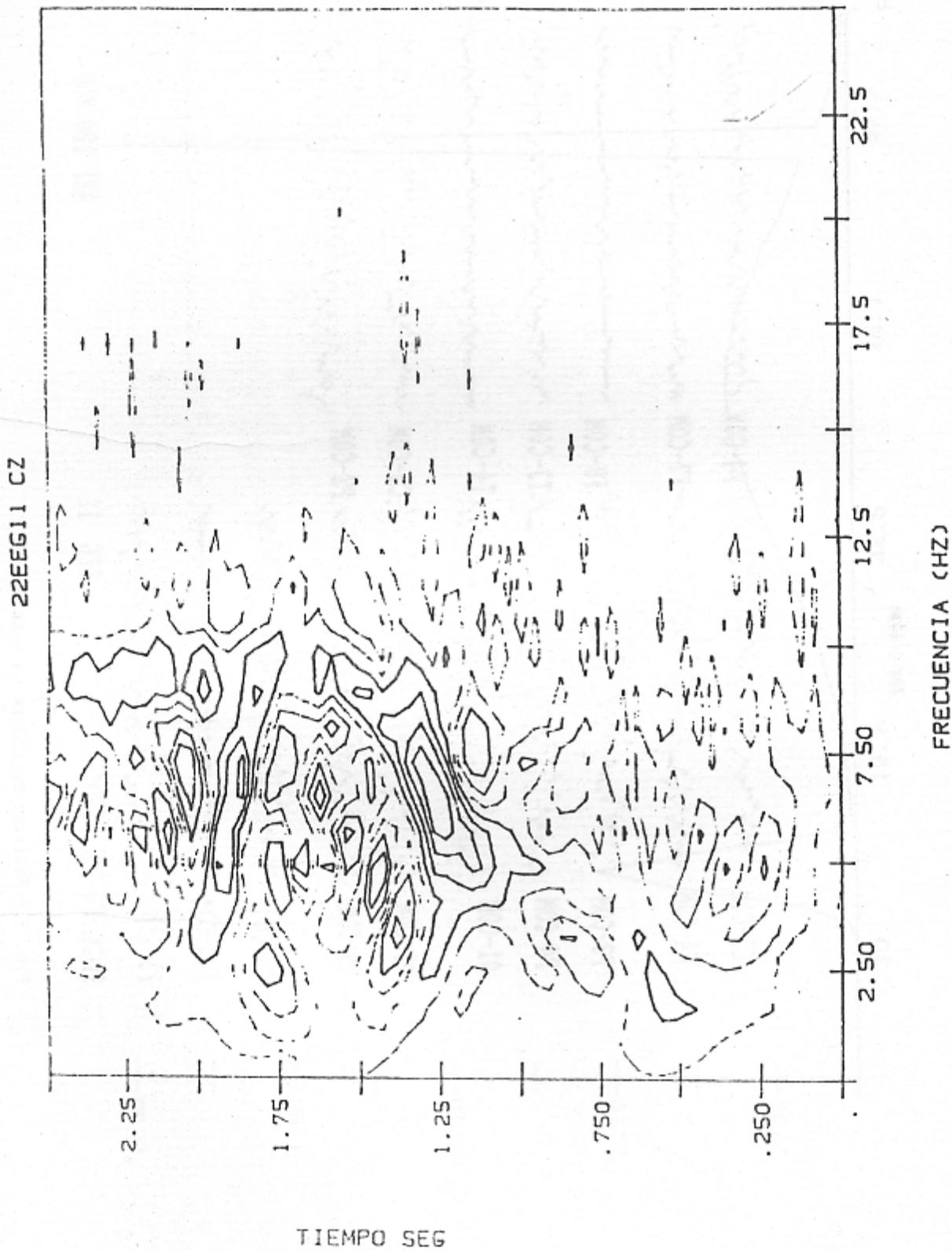


FIG. 6.- GRÁFICA DE CONTORNOS DE LA PDW DEL EEG.

22EEG11 TS

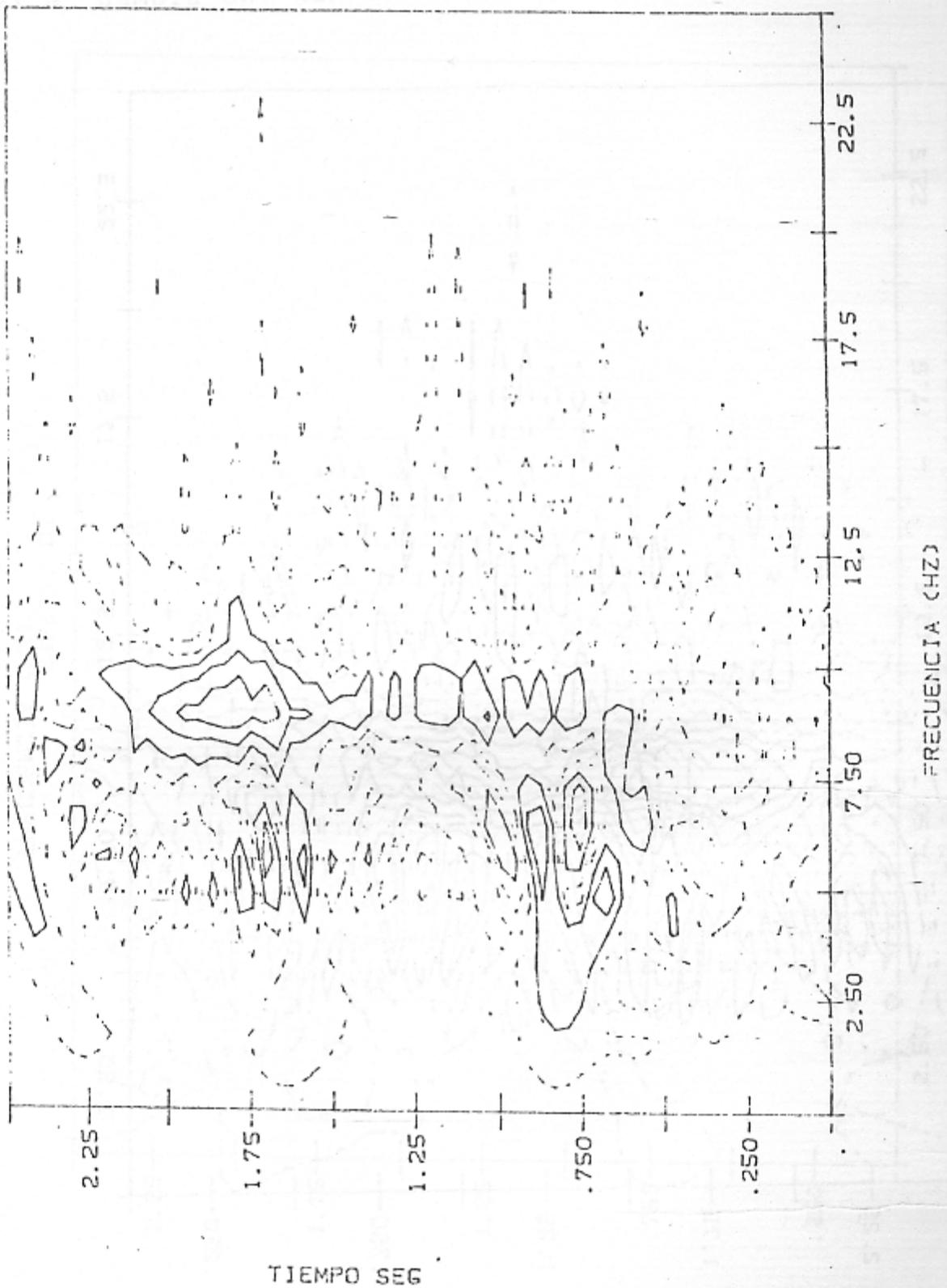


FIG. 7.- GRAFICA DE CONTORNOS DE LA PDW DEL EEG.

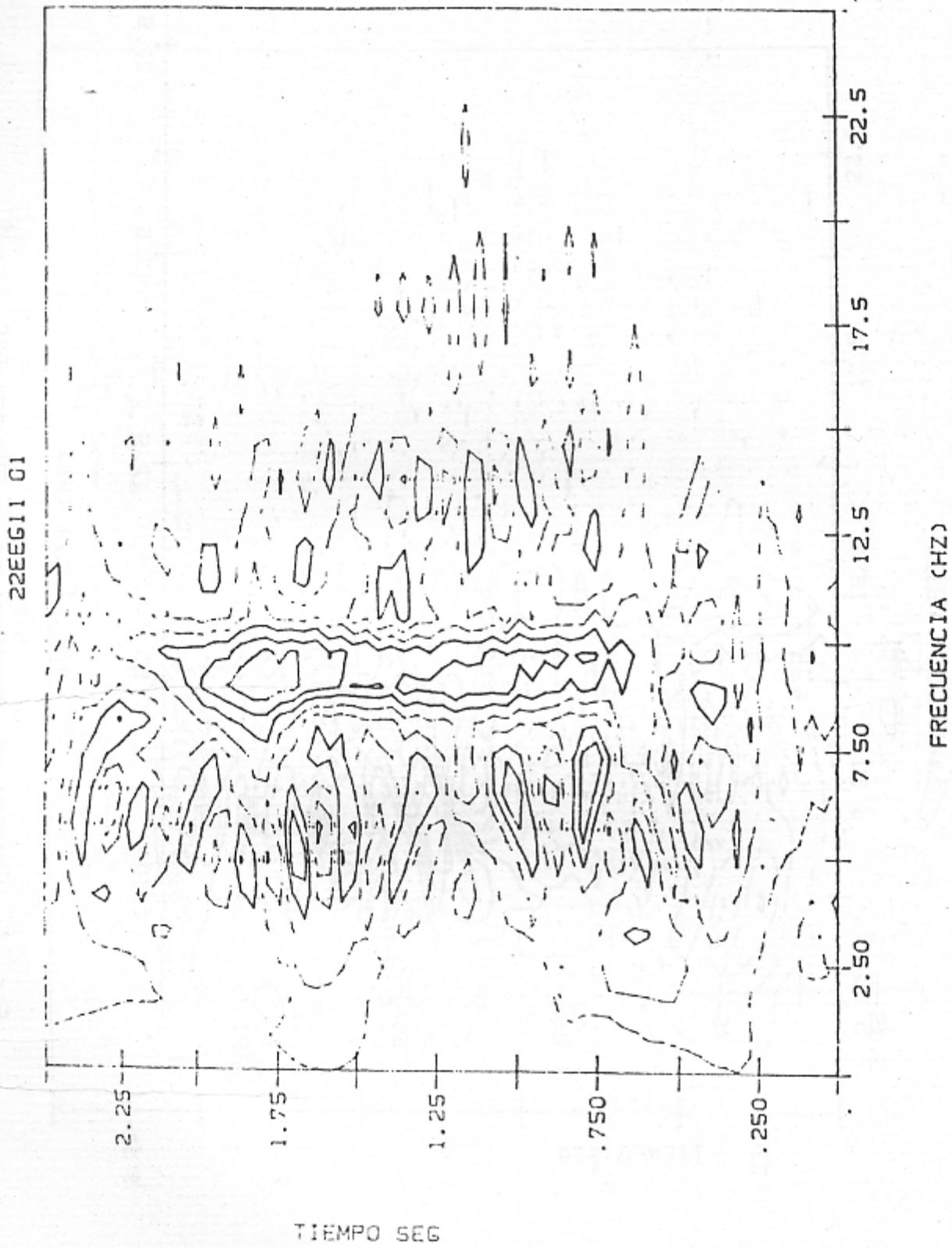


FIG. 8.- GRÁFICA DE CONTORNOS DE LA PDW DEL EEG.

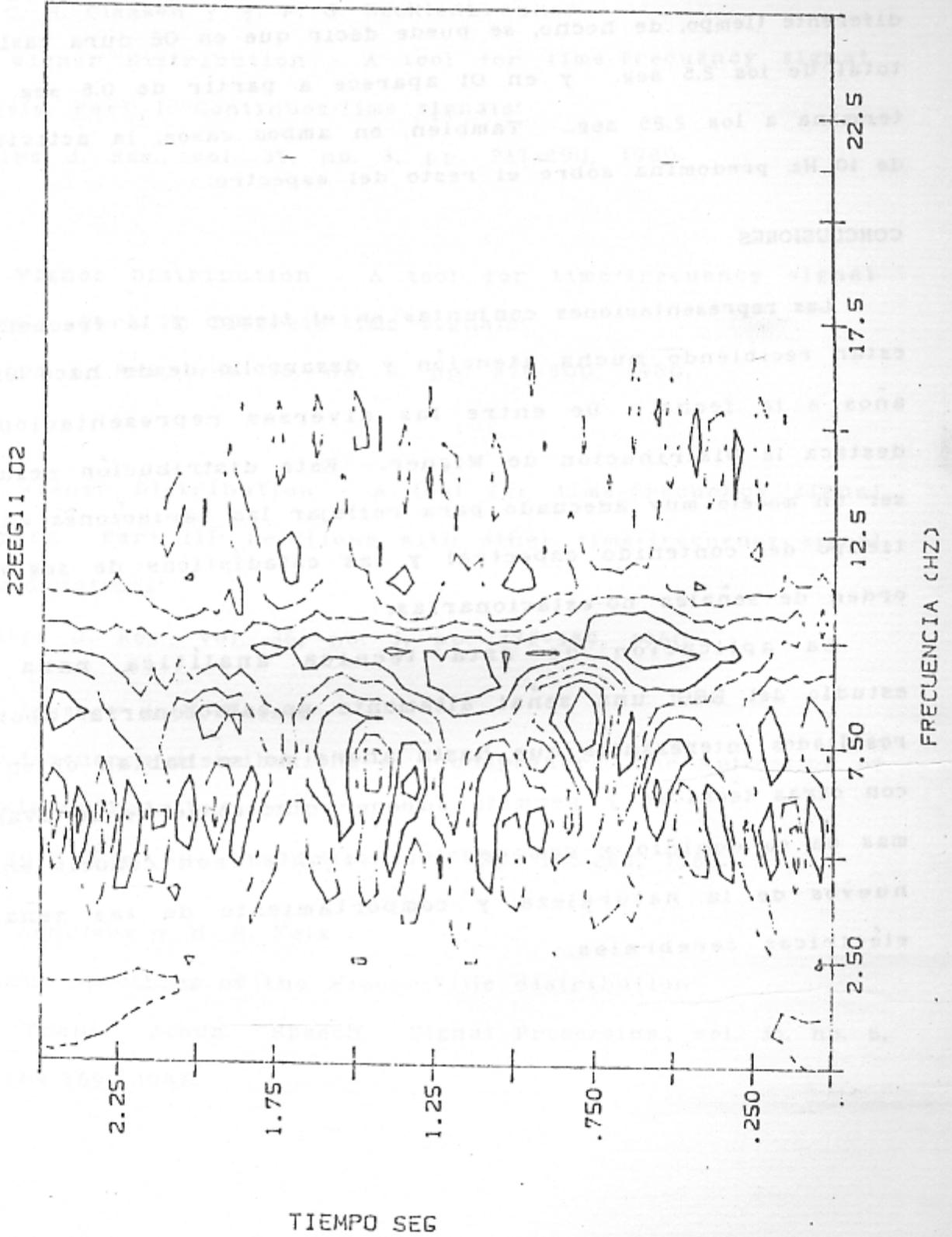


FIG. 9.- GRÁFICA DE CONTORNOS DE LA PDW DEL EEG.

observa que el inicio y final de la actividad de 10 Hz ocurre en diferente tiempo, de hecho, se puede decir que en O2 dura casi el total de los 2.5 seg. y en O1 aparece a partir de 0.5 seg. y termina a los 2.25 seg.. También, en ambos casos, la actividad de 10 Hz. predomina sobre el resto del espectro.

CONCLUSIONES

Las representaciones conjuntas en el tiempo y la frecuencia están recibiendo mucha atención y desarrollo desde hace unos años a la fecha. De entre las diversas representaciones, destaca la Distribución de Wigner. Esta distribución resulta ser un modelo muy adecuado para reflejar las variaciones en el tiempo del contenido espectral y las estadísticas de segundo orden de señales no-estacionarias.

La aplicación de esta técnica analítica para el estudio del EEG: una señal altamente no-estacionaria, aporta resultados interesantes que hasta ahora no se habían obtenido con otras técnicas y permite suponer que: conforme se avance más en su dominio y comprensión, se obtendrán conocimientos nuevos de la naturaleza y comportamiento de las señales eléctricas cerebrales.

BIBLIOGRAFIA

T. A. C. M. Claassen y W. F. G. Hecklenbrauker

'The Wigner Distribution - A tool for time-frequency signal analysis. Part I: Continuous-time signals'

Phillips J. Res., vol. 35, no. 3, pp. 217-250, 1980.

--

'The Wigner Distribution - A tool for time-frequency signal analysis. Part II: Discrete-time signals'

Phillips J. Res., vol. 35, no. 3, pp. 276-300, 1980.

--

'The Wigner Distribution - A tool for time-frequency signal analysis. Part III: Relations with other time-frequency signal transformations'

Phillips J. Res., vol. 35, no. 3, pp. 372-389, 1980.

C. P. Janse y A. M. Kaizer

'Time-frequency distributions of loudspeakers: The application of the Wigner distribution'

J. Audio Eng. Soc., vol. 31, no. 4, pp. 198-223, 1983.

J. C. Andrieux y H. R. Feix

'Optimum smoothing of the Wigner-Ville distribution'

IEEE Trans. Acous. Speech. Signal Processing., vol. 35, no. 6, pp. 764-769, 1987.

K. Yu y S. Cheng

'Signal synthesis from pseudo-Wigner distribution and applications'

IEEE Trans. Acous. Speech. Signal Processing., vol. 35, no. 9, pp. 1289-1302, 1987.